# المستخلص

هذه الرسالة تدرس بعض مسائل القيمة الحدية الجديدة للمعادلات التفاضلية الكسرية، المعادلات التفاضلية الاحتوائية والأنظمة المقترنة من المعادلات التفاضلية الكسرية من نوع ليوفيل–كابوتو، مرتبطة بعدة أنواع من الشروط الحدية غير المحلية. كمسألة أولى، ناقشنا وجود ووحدانية الحلول للمعادلات التفاضلية الكسرية ذات الرتب الاختيارية من نوع ليوفيل-كابوتو مرتبطة بشروط حدية غير محلية منفصلة وتكاملية. كما درسنا حالة الشروط الحدية من نوع Riemann-Stieltjes. هذه الدراسة تم تقديمها في الفصل الثاني. مضمون الفصل الثالث هو امتداد للمسألة التي قُدمت في الفصل الثاني، تكون فيه المعادلة التفاضلية الكسرية تعتمد في كونها غير خطية على الدالة المجهولة إضافة إلى تفاضلها الكسري الأقل رتبة، ومرتبطة بشروط حدية شريطية تدفقية. الفصل الرابع معني بوجود الحلول للمعادلات التفاضلية الاحتوائية من نوع ليوفيل-كابوتو والتي تنطوي على التطبيقات متعددة القيم المحدبة وغير المحدبة، المرتبطة بشروط حدية متعددة النقاط تكاملية غير محلية. في الفصل الخامس درسنا مسألة القيمة الحدية لنظام مقترن من معادلات تفاضلية كسرية من نوع ليوفيل-كابوتو و هذه المعادلات غير خطية اعتماداً على الدوال المجهولة وتفاضلاتها الكسرية الأقل رتبة، مرتبطة بشروط حدية مقترنة شريطية متعددة النقاط (منفصلة) . في الفصل الأخير، نُوقشت قابلية الحل لنظام مقترن من معادلات تفاضلية كسرية غير خطية من نوع ليوفيل-كابوتو، مرتبط بشروط حدية مقترنة تدفقية ومتعددة النقاط شريطية غير محلية. محتويات كل من الفصول الثاني، الثالث، الخامس والسادس قد تم نشرها، في حين أن نتائج الفصل الرابع لا تزال قيد المراجعة. تفاصيل العمل المُنجز في هذه الرسالة يمكن العثور عليها في قائمة المنشورات(ص ix). الأساسيات اللازمة في هذه الرسالة من التحليل وحساب التكامل والتفاضل، تم عرضها في الفصل الأول.

# Abstract

This thesis studies some new boundary value problems of Liouville-Caputo fractional differential equations, inclusions and coupled systems of fractional differential equations supplemented with several kinds of nonlocal boundary conditions. As a first problem, we discuss the existence and uniqueness of solutions for Liouville-Caputo fractional differential equations of arbitrary order equipped with nonlocal discrete and integral boundary conditions. We also study the Riemann-Stieltjes boundary condition case. This work has been presented in Chapter 2. In Chapter 3, we extend our study initiated in Chapter 2 to the case when the nonlinearity in the fractional differential equation depends on the unknown function together with its lower-order derivative, and flux type strip conditions. Chapter 4 is concerned with the existence of solutions for Liouville-Caputo fractional differential inclusions involving convex and non-convex multivalued maps, supplemented with nonlocal integro-multipoint boundary conditions. In Chapter 5, we investigate a boundary value problem of coupled Liouville-Caputo fractional differential equations with nonlinearities depending on the unknown functions as well as their lower order derivatives, and coupled nonlocal strip and multipoint (discrete) boundary conditions. In the last Chapter, we discuss the solvability of a coupled system of Liouville-Caputo nonlinear fractional differential equations together with nonlocal coupled flux and multipoint strip boundary conditions. The contents of Chapters 2,3,5 and 6 have been published, while the results of Chapter 4 are `under-review'. The detail of the work accomplished in this thesis can be found in the list of publications on the page ix. The background material from analysis and fractional calculus needed for our work is outlined in Chapter 1.