المستخلص

على الرغم من أن بعض مرضى فيروس كورونا ظهر عليهم أعراض خفيفة فقط، فقد لوحظت مضاعفات قاتلة بين المصابين بأمراض كامنة. يصيب فيروس سارس-كورونا-٢ الخلايا الطلائية في الجهاز التنفسي وهو المسبب لمرض كوفيد-١٩. فيروس تي-اللمفاوي البشري-١ هو فيروس ارتجاعي يصيب الخلايا التائية ($CD4^+$T cells) ويسبب أمراضًا مزمنة وقاتلة حيث تضعف جهاز المناعة حتى في حالات حمل المرض بدون أعراض. تعتبر النماذج الرياضية أداة قوية لدعم الدراسات البيولوجية والطبية للإصابة الفيروسية البشرية. يظل الاستقرار الشمولي لنماذج الإصابة الفيروسية مشكلة بحثية مهمة ومفتوحة إلى حد كبير. هذه النتائج ضرورية لتقييم استراتيجيات العلاج للإصابة وتحديد مجال محدود لمعدلات العلاج. يتمثل أحد أهداف الأطروحة الحالية في صياغة نماذج رياضية جديدة لوصف ديناميكيات الإصابة المزدوجة لفيروسي تي-اللمفاوي البشري-١و سارس-كورونا-٢ داخل الخلية المضيف لمعادلات تفاضلية عادية ومعادلات ذات زمن تأخير ومعادلات جزئية من خلال النظر في تنقل الفيروسات والخلايا.

الهدف الثاني من هذه الأطروحة هو تطوير وتحليل فئة من النماذج العامة عن طريق أنظمة غير الخطية لـ معادلات تفاضلية عادية وذات زمن تأخير وجزئية يصف الديناميكيات داخل المضيف لفيروس تي-اللمفاوي البشري-١ تحت تأثير مناعة الخلايا اللمفاوية التائية السامة للخلايا. تم نمذجة أحد طرق الانتشار والمسمى بالانتشار الانقسامي للخلايا التائية المصابة النشطة. أخذنا في الاعتبار الدوال غير الخطية العامة لمعدلات الإنتاج والانتشار والإزالة لجميع أنواع الخلايا. تم أيضًا نمذجة معدل التصادم من خلال دالة غير خطية عامة. يفترض أن تفي هذه الدوال العامة بمجموعة من الشروط المناسبة وتتضمن عدة أشكال سبق دراستها في دراسات سابقة.

قمنا بدراسة الخواص الأساسية لكل النماذج والتي تشمل إثبات أن الحلول موجودة ووحيدة و أيضاً تكون غير سالبة ومحدودة، وذلك لإثبات أنها مقبولة بيولوجياً. تم حساب جميع نقاط الاتزان لكل نموذج وتحديد الشروط اللازمة لهذه النقاط حتى تكون موجودة. في حالة النماذج العامة التي تصف الإصابة بفيروس تي-اللمفاوي البشري-١ تم وضع عدد من الشروط الكافية والتي تحدد الوجود والاستقرار الشمولي لنقاط الاتزان. تم اثبات الاستقرار الشمولي لنقاط الاتزان لكل نموذج عن طريق بناء دوال ليابونوف مناسبة وتطبيق مبدأ لازال الثبوتي (**LaSalle's invariance principle**). تم دعم النتائج التحليلية عن طريق المحاكاة العددية باستخدام برامج MATLAB و MATHEMATICA ، لتوضيح النتائج النظرية التي تم الحصول عليها واستخلاص بعض الاستنتاجات المهمة. تم نشر نتائج هذه الأطروحة في العديد من المجلات المصنفة ذات معامل تأثير عالي الجودة (ISI).

الكلمات المفتاحية: فيروس تي- الليمفاوي البشري-١ , فيروس سارس- كورونا -٢ , التأخيرات الزمنية، دوال ليابونوف، الاستقرار الشمولي

Abstract:
The coronavirus disease 2019 (COVID-19) has caused fatal consequences in people with underlying illnesses. Severe acute respiratory syndrome coronavirus 2 (SARS-CoV-2) infects the respiratory tract's epithelial cells (ECs) and causes COVID-19. Human T-cell lymphotropic virus type I (HTLV-I) is a retrovirus that infects $CD4^{+}T$ cells and causes fatal and chronic illnesses. Asymptomatic HTLV-I carriers' immune systems can decline. Mathematical models aid biological and medical research on human viral infections. The global stability of viral infection models is an important and unsolved scientific challenge. Infection treatment techniques and thresholds require such results. This thesis aims to create new mathematical models to characterize the co-dynamics of SARS-CoV-2 and HTLV- in a host of ordinary differential equations (ODEs), delay differential equations (DDEs), and partial differential equations (PDEs).

The second goal of this thesis is to design and study a class of general models that describes the within-host dynamics of HTLV-I under Cytotoxic T-Lymphocytes (CTLs) immunity. Infected cells undergo mitosis. General nonlinear functions for cell formation, proliferation, and clearance are considered. Using a general nonlinear function, infection incidence is modeled. These general functions are supposed to satisfy adequate requirements and encompass numerous literature-presented forms.

Each of our proposed models' core properties—existence, uniqueness, nonnegativity, and boundedness of solutions—indicate biological acceptability. We compute the equilibria and derive their threshold parameter-dependent existence conditions. We develop general function requirements that prove the model's equilibria exist and are globally stable. Using Lyapunov functions and LaSalle's invariance principle, we prove the global stability of the equilibria in general incidence (LIP). To clarify theoretical results and derive key implications, numerical simulations utilizing MATLAB and MATHEMATICA programs backed analytical results. This thesis' results are published in ISI International Journals.